

A l'hypothèse $r = a$ correspond l'équation

$$(x^2 + ay - a^2)^2 - y^2(a^2 - x^2) = 0;$$

si l'on transporte l'origine au point $O'(0, -a)$ (fig. 2) en conservant la même direction des axes, on obtient l'équation

$$(x^2 + ay - 2a^2)^2 - (y - a)^2(a^2 - x^2) = 0,$$

qui, pour $a = \frac{2}{3}r$, devient

$$(9x^2 + 6ry - 8r^2)^2 - (3y - 2r)^2(4r^2 - 9x^2) = 0. \quad (1)$$

La courbe (1) a pour polaire réciproque par rapport au cercle $x^2 + y^2 = r^2$ la cissoïdale

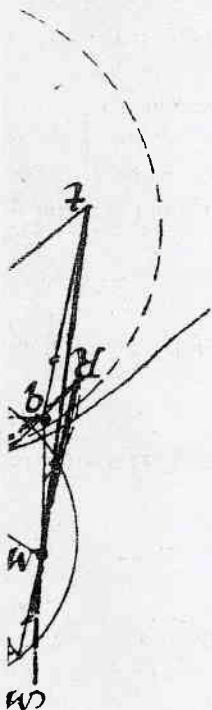
$$4y(x^2 + y^2) - 3r^2y - r^4 = 0$$

dont le foyer singulier est en O' sur l'asymptote $y = 0$ (*Mathesis*, 1898, p. 227).

2. La courbe (M) est la projection orthogonale de la courbe d'intersection (m) d'un cône avec un paraboloïde hyperbolique.

En effet, prenons pour plan horizontal de projection le plan π du cercle (C, r) et soient s un point quelconque de la verticale menée par S, p le symétrique de R par rapport à C . Construisons : 1° le cône $s(C, r)$ qui a pour sommet le point s et pour base le cercle (C, r); 2° le paraboloïde hyperbolique engendré par une horizontale qui s'appuie constamment sur la droite sp et sur la verticale Rr menée par R . Le plan sp coupe le cône suivant deux génératrices projetées en Se et $S'r$ et rencontre la verticale Rr en un point r ; la parallèle rm à ep par r étant située dans le plan sep va rencontrer la droite sp de ce plan et est, par suite, une génératrice du paraboloïde. (Cette droite rm du paraboloïde et la droite se du cône se rencontrent en un point m de la ligne d'intersection

De LONGCHAMPS (J. M. S., 1897, p. 35) a déduit de la génération précédente celles-ci : 1° La parallèle à CC' menée par un point M' du cercle C' coupe le cercle C en deux points A, B ; M est le conjugué harmonique de M' par rapport aux points A, B . 2° Si L, L' sont les extrémités du diamètre du cercle C perpendiculaire à la droite CC' , M est l'orthocentre du triangle MLL' .
Le même auteur indique aussi plusieurs constructions de la tangente. Existe-t-il une construction simple du centre de courbure ?
La figure 1 correspond au cas $a = 2r$ (bicoorne), la figure 2 à celui où $a = r$.
(J. N.)



de ces deux surfaces; comme Se, m se projette en M .
3. La tangente en M à la parabole est tangente en m à la courbe en m au cône $s(C, r)$ et au p trace horizontale la tangente rm qui se projette sur

du paraboloïde; le plan dirigé horizontale de cette génératrice est évidemment située sur système appartenant au p parallèle à l'horizontale rm