7.5 Avec un point triple $(3;7)$, deux points triples ordinaires $(1,1,1;3)$ et un point double $(2_2;2)$

7.5.1 Points triples ordinaires imaginaires à l'infini ; autres points multiples à distance finie et à places réelles

Courbe $x(x^2+y^2)^3-(3x^2-7y^2)(x^2+y^2)^2+x(3x^2-19y^2)(x^2+y^2)-(x^4-18x^2y^2-5y^4)-7xy^2+y^2=0$

Paramétrage. Par exemple :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x & = & \dfrac{(1-3\cos t+3\cos^2 t)\cos t}{1-2\cos t+2\cos^3 t} \\ y & = & \dfrac{(1-\cos t)\sin t\cos^2 t}{(1+\cos t)(1-2\cos t+2\cos^3 t)} \end{array}\right..$$

Tableau de variations. La courbe est symétrqiue par rapport à Ox (changement $t\mapsto -t$) ; on fait l'étude sur $[0,\pi[$: en notant $\alpha\approx 0{,}^-96648$ tel que $\cos\alpha$ soit racine de $4X^4-2X^3-X^2+4X-2$:

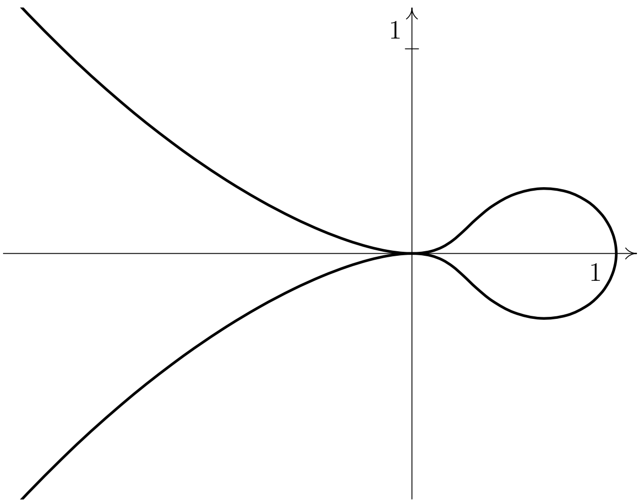
t	0		α		$\pi/2$		π
x'	0	$-$		$-$		$-$	
x	1	$\searrow$		$\searrow$	0	$\searrow$	-7
y	0	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty\|$
y'	0	$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$

Branches infinies. Pour $t\to\pi$ la courbe présente l'asymptote $x=-7$; le tableau de variations donne la position relative.

Points multiples. Ce sont :
- le point $(1,0)$, point triple à trois tangentyes confondues suivant la droite $x=1$, appartenant à une seule place et comptant pour sept points nodaux ;
- les points cycliques, points triples ordinaires ;
- l'origine, point double à deux tangentes confondues suivant Ox, appartenant à deux places et comptant pour deux points nodaux.

Équation tangentielle. La courbe est de classe 10.

Tracé.



Avatars :

- en posant $t_1=\tan(t/2)$, dans [10] : $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & \frac{(1-t_1^2)(1-4t_1^2+7t_1^4)}{1-5t_i^2+11t_1^4+t_1^6} \\ y & = & \frac{2t_1^3(1-t_1^2)^2}{1-5t_i^2+11t_1^4+t_1^6} \end{array}\right.$.